

УДК 629.7.083

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

В.В. Федоров, А.Н. Симбаев

Канд. техн. наук, доц. В.В. Федоров; канд. техн. наук, доц. А.Н. Симбаев
(ФГБУ «НИИ ЦПК имени Ю.А. Гагарина»)

В статье изложено использование алгоритма аналитического резервирования для определения по данным бортовых датчиков ускорений и угловых скоростей параметров полета летательного аппарата (ЛА) с одновременной идентификацией полученных значений и их систематических погрешностей.

Ключевые слова: датчики бортовой информации, алгоритм оценивания, параметры полета, точность измерений, систематические и случайные погрешности

Assessment of the Possibilities to Determine the Spatial Location of a Flying Vehicle Using an Analytical Reservation Algorithm.

V.V. Fedorov, A.N. Simbaev

The paper describes the use of an analytical reservation algorithm for determining parameters of a flying vehicle according to data from on-board sensors of acceleration and angular velocities with the simultaneous identification of obtained values and their systematic errors.

Keywords: on-board information sensors, estimation algorithm, flight parameters, accuracy of measurements, systematic and random errors

Навигация и пилотирование ЛА требуют знания параметров его пространственного положения и предусматривают комплексное решение следующих основных задач:

1. Обоснование необходимых датчиков бортовой информации (ДБИ) и точности их измерения.
2. Согласование частоты измерений параметров и времени их обработки с инерционными характеристиками ЛА на всех режимах полета.
3. Разработка для выбранной модели ЛА системы оценивания параметров полета и погрешностей их измерений.
4. Получение данных о полете при скоростях, близких к гиперзвуковым.

В настоящее время параметры для решения задач навигации и пилотирования измеряются различными ДБИ или вычисляются косвенным путем по данным других датчиков.

Поскольку все измерения сопровождаются систематическими и случайными погрешностями, точность решения задач определяется количеством,

составом, характеристиками ДБИ и системой обработки измерений. При этом наиболее сложной проблемой обеспечения заданной точности измерений является необходимость подавления высокочастотных и устранение систематических погрешностей измерений. Поэтому выбор ДБИ навигационной и пилотажной информации следует рассматривать во взаимосвязи с получением необходимой точности измерений.

С целью повышения точности, достоверности и надежности используют:

- комплексирование разнородных систем;
- резервирование однотипными системами;
- взаимосвязь входных и выходных сигналов;
- связь предыдущих и последующих параметров (корреляционная избыточность);
- взаимосвязь измеряемых параметров (аналитическое резервирование);
- применение эталонных значений [1, 6].

Эти подходы повышают достоверность и надежность данных, однако на практике не всегда реализуемы из-за весовых, габаритных, энергетических и других ограничений.

Постановка задачи

В отличие от известных методов борьбы с высокочастотными погрешностями [1, 2] публикации о выявлении и устранении систематических погрешностей крайне редки. Это связано с отсутствием эталона измеряемого параметра и необходимостью разделения систематической погрешности на статические и динамические составляющие, имеющие различный характер возникновения и пути устранения.

Для определения с заданной точностью параметров полета ЛА основными принципами построения модели рассматриваем:

1. Максимальную адекватность модели реальному процессу и универсальность для разных типов ЛА.

2. Полные математические модели движения ЛА [2, 3] представляют собой сложную систему уравнений с составляющими, точность априорного задания которых невысока [2], и получение необходимой точности возможно только для конкретных образцов ЛА и при значительных ограничениях. Исследование таких моделей затруднено необходимостью учета большого количества разнообразных факторов. Исходя из этого, математическую модель представим системой уравнений Эйлера для движения твердого тела, а также дифференциальных кинематических соотношений, динамических уравнений и уравнений алгебраических связей, абсолютно точных в принятой системе координат [2, 3]. Такая модель при соответствии всех параметров всегда устойчива и может выполнять функцию эталона, погрешности измерения параметров нарушают ее устойчивость и не позволяют своевременно оценить их значения.

На основании изложенного приведем алгоритм оценивания параметров полета ЛА, их статических и динамических погрешностей.

Для идентификации статических и динамических составляющих систематических погрешностей измерений представим контролируемый процесс в виде дифференциального векторно-матричного уравнения:

$$\dot{X} = f(X, u, t) + V, \quad X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где X – вектор состояния;

H, E – известные невырожденные матрицы;

V, N – центрированные гауссовы белые шумы с матрицами интенсивностей G и Q соответственно;

u – вектор воздействий управления.

Измерения контролируемого процесса Z и вектор состояния ДБИ X_u описываются следующими выражениями:

$$Z = HX_u + E \Delta X_c + N, \quad (2)$$

$$X_u = X + \Delta X_d, \quad (3)$$

где ΔX_d – динамическая погрешность, обусловленная изменением истинного значения параметра измерения в силу инерционности ДБИ;

ΔX_c – статическая погрешность, постоянная в течение продолжительности полета ЛА.

Запишем алгоритм одновременного оценивания параметров $X, \Delta X_c, \Delta X_d$.

Предлагаемое решение

Контролируемый процесс и процесс измерения имеют вид (1) и (2). Разделение динамических и статических составляющих выполним с учетом свойства $\Delta X_c = 0$ и описания динамических характеристик ДБИ (ГОСТ-8.009-84) в общем случае уравнением:

$$\dot{X}_u = AX_u + BX + N^*; \quad X_u(t_0) = X_{u0}, \quad (4)$$

где A, B – известные невырожденные матрицы;

N^* – вектор центрированного гауссового шума с известными характеристиками.

Отсутствие связей между выражениями (1) и (2) обеспечивает промежуточный вектор:

$$X^* = X + L\Delta X_c, \quad (5)$$

где L – известная невырожденная матрица.

С учетом этого выражение (1) примет вид:

$$\dot{X}^* = f(X^* - L\Delta X_c, u, t) + V; \quad X^*(t_0) = X_0^*. \quad (6)$$

Реализация алгоритма (6) сопряжена со сложностью, связанной с наличием нелинейностей, требующих применения того или иного метода линеаризации [4].

На основании изложенного, контролируемый процесс (6) и процесс измерения (2), с учетом выражения (5) и необходимостью расширения фазовых координат на уравнение (4) и $\Delta X_c = 0$ можно представить в виде:

$$\dot{Y} = C Y + M S + D U + V^*, \quad Y(t_0) = Y_0; \quad (7)$$

$$Z = F Y + N, \quad (8)$$

где $Y^T = \|X^* \ X_u \ \Delta X_c\|$ – вектор фазовых координат;

U, S – блочные вектора;

C, M, D, F – известные блочные матрицы;

$V^* = \|V N^* O\|^T$.

Для выявления систематических ΔX_c , ΔX_d и подавления высокочастотных составляющих погрешностей необходимо выполнение критерия:

$$\min [(\hat{Y} - Y)^T (\hat{Y} - Y)]. \quad (9)$$

Тогда алгоритм оценивания параметров измерения может быть приведен к решению известной системы дифференциальных уравнений [4]:

$$\dot{\hat{Y}} = C \hat{Y} + M S + D U + R F^T Q^{-1} [Z - F \hat{Y}], \quad \hat{Y}(t_0) = Y_0^*; \quad (10)$$

$$\dot{R} = C R + R C^T + R F^T Q^{-1} F R + G, \quad R(t_0) = R_0, \quad (11)$$

где $R = M [(Y - \hat{Y})(Y - \hat{Y})^T]$ – ковариационная матрица ошибок оценивания.

Анализ предложенного алгоритма

1. Для решения навигационных и пилотажных задач необходимы составляющие путевой скорости W_{x1}, W_{y1}, W_{z1} , воздушной скорости ЛА V , высоты полета H , углы атаки α , скольжения β и пространственного положения (курса ψ , крена γ , тангажа ν) и др. В общем случае модель может быть построена на основе следующих дифференциальных кинематических соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{W}_{x1} &= a_{x1} - g \sin \nu - \omega_{y1} W_{z1} + \omega_{z1} W_{y1}; \\ \dot{W}_{y1} &= a_{y1} - g \cos \gamma \cos \nu - \omega_{z1} W_{x1} + \omega_{x1} W_{z1}; \\ \dot{W}_{z1} &= a_{z1} - g \sin \gamma \cos \nu - \omega_{x1} W_{y1} + \omega_{y1} W_{z1}; \\ \dot{\gamma} &= \omega_{x1} - (\omega_{y1} \cos \gamma - \omega_{z1} \sin \gamma) \operatorname{tg} \nu; \\ \dot{\nu} &= \omega_{y1} \sin \gamma + \omega_{z1} \cos \gamma; \\ \dot{\psi} &= \frac{\omega_{y1} \cos \gamma + \omega_{z1} \sin \gamma}{\cos \nu} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При этом,

$$\dot{\alpha} = \omega_{z1} - \frac{\alpha_{y1}}{V} = \alpha_0 + \int_{t_0}^t \left[\omega_z - \frac{1}{V} (\alpha_y - g \cos \gamma) \right] dt; \quad (13)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\alpha_{z1}}{V} \cos \beta - \left(\frac{\alpha_{x1}}{V} \sin \beta - \omega_{y1} \right) \cos \alpha + \left(\frac{\alpha_{y1}}{V} \sin \beta - \omega_{x1} \right) \sin \alpha; \quad (14)$$

$$\dot{V} = \alpha_{x1} \cos \alpha \cos \beta - \alpha_{y1} \sin \alpha \cos \beta + \alpha_{z1} \sin \beta - \sin \lambda; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= W_x \cos \nu \cos \psi - W_y (\sin \nu \cos \gamma \cos \psi - \sin \nu \sin \psi) + \\ &+ W_z (\cos \nu \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\dot{Y}_1 = \dot{H} = W_x \sin \nu + W_y \cos \nu \cos \gamma - W_z \cos \nu \sin \gamma; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= -W_x \cos \nu \sin \psi + W_y (\sin \nu \cos \gamma \sin \psi + \sin \nu \cos \psi) + \\ &+ W_z (\sin \gamma \cos \psi - \sin \nu \sin \psi). \end{aligned} \quad (18)$$

2. Для вычисления приведенных выше параметров датчиками линейных ускорений (ДЛУ) измеряются составляющие α_x , α_y , α_z , а датчиками угловых скоростей (ДУС) – ω_{x1} , ω_{y1} , ω_{z1} . Однако даже при точном измерении этих параметров вычисленные по ним значения параметров полета сопровождаются систематическими ошибками интегрирования. Устойчивость системы обеспечивается точностью вычислений параметров, взаимосвязью правых и левых частей уравнений, а также линейных ускорений и угловых скоростей. Устойчивость может быть нарушена ошибками измерения параметров.

3. Полученный алгоритм (10), (11) позволяет подавить высокочастотные погрешности и получить оптимальные по критерию (9) оценки статических и динамических составляющих систематических погрешностей измерений ДБИ. Оценки динамических погрешностей определяются выражением:

$$\Delta \hat{X}_d = \hat{X}_и - \hat{X}. \quad (19)$$

4. Важным условием оценивания параметров и погрешностей их измерений является устойчивость алгоритма, которая достигается введением промежуточного вектора (5), связывающего уравнения контролируемого процесса через параметр ΔX_c .

5. Сложность алгоритма определяется видом представления контролируемого процесса.

Пример

Реализация предлагаемого алгоритма позволяет: вычислять параметры полета по измерениям ДЛУ и ДУС, оценивать статические и динамические составляющие систематических ошибок измерения ДБИ, традиционно устанавливаемых на ЛА, автоматически компенсировать выявленные погрешности. Эти возможности показаны на простейшем примере. Контролируемый процесс представлен системой дифференциальных уравнений продольного движения ЛА с учетом инерционности ДБИ [6]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{W}_x &= g \cdot (n_x^* - \sin v) + \omega_z^* \cdot W_y; \\ \dot{W}_y &= g \cdot (n_y^* - \cos v) - \omega_z^* \cdot W_x; \\ \dot{v} &= \omega_z^*; \\ \Delta \dot{W}_x &= 0; \\ \Delta \dot{W}_y &= 0; \\ \Delta \dot{v} &= 0; \\ \dot{W}_{ix} &= \frac{1}{T} \cdot (W_x - W_{ix}); \\ \dot{W}_{iy} &= \frac{1}{T} \cdot (W_y - W_{iy}). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где $W_x = W_x^* - \Delta W_x$; $W_y = W_y^* - \Delta W_y$; $v = v^* - \Delta v$;

T – постоянная времени каналов ДБИ ($T=1$ с) [5];

$Y^r = \|W_x \ W_y \ \Delta W_x \ \Delta W_y \ \Delta v \ W_{ix} \ W_{iy}\|$ – вектор фазовых координат;

W_{ix}, W_{iy} – вычисленные по измерениям ДБИ значения проекций вектора скорости.

Векторное уравнение вычисляемых фазовых координат (группа I) имеет вид:

$$Z_1 = HY + N_z, \quad (21)$$

где $N_{z1} = \|NW_x \ NW_y \ N_v\|$ – вектор флюктуационных погрешностей;

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Группа II – ДБИ: $Z_{II} = u + \Delta u + N_u$,

где $u^T = \|n_x^* n_y^* \omega_z^*\|$ – вектор управляющих воздействий;

$\Delta u^T = \|\Delta n_x \Delta n_y \Delta \omega_z\|$ – вектор статических погрешностей измерений параметров u ;

$N_u^T = \|N_{nx} N_{ny} N_{nz}\|$ – вектор флуктуационных погрешностей измерений u .

Моделирование проводилось в соответствии со структурной схемой (рис. 1), на которой приведены пояснения процесса формирования Z_I с учетом динамических свойств ДБИ.

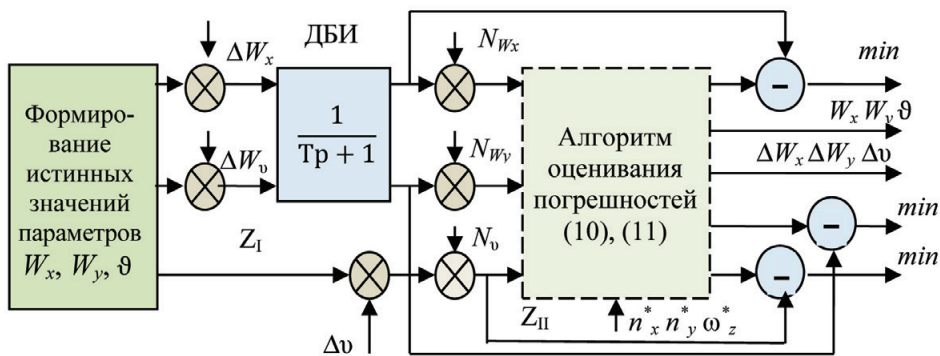


Рис. 1. Структурная схема проверки точности оценивания составляющих $\Delta W_x, \Delta W_y, \Delta v$

Пунктиром выделен алгоритм оценки вычисленных параметров и их погрешностей Z_{II} , а также контроль его качества по критерию минимума рассогласования заданных и полученных значений погрешностей.

Для исключения нелинейностей проводилась линеаризация в соответствии с выражением:

$$\dot{Y} = \Psi(\hat{Y}, Z_{II}, t) + \partial\phi/\partial Y \mid Y = \hat{Y}(t) (Y - \hat{Y}), \quad (22)$$

где

$$\frac{\partial f}{\partial Y} \Big|_{Y = \hat{Y}(t)} = \begin{pmatrix} 0 & A_{12} & A_{13} & 0 & A_{15} & A_{16} & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{23} & A_{24} & 0 & A_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{77} & 0 \\ 0 & A_{82} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{88} \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = A_{24} = \omega_z^*; \quad A_{13} = -A_{16} = -g \cos \nu; \quad A_{15} = A_{21} = -\omega_z^*; \\ A_{23} = -A_{26} = g \sin \nu; \quad A_{71} = A_{82} = -A_{77} = -A_{88} = 1/T.$$

Начальные условия и исходные данные:

$$R_0 = \text{diag} \left\| \begin{matrix} 26 & 26 & 4 & 10^{-4} & 25 & 25 & 3 & 10^{-4} & 26 & 26 \end{matrix} \right\|; Q = \text{diag} \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 10^{-6} \end{matrix} \right\|;$$

$$Y^T_0 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z^1 & z^2 \end{matrix} \right\|.$$

Оценим:

- возможности алгоритма и его устойчивость;
- влияние статических и высокочастотных погрешностей измерений параметров и на точность вычисления параметров полета;
- точность и время получения параметров полета;
- возможность оценки инерционности вычислений (ДБИ);

Для оценки точности вычисления параметров и статических погрешностей зададим подлежащие вычислению значения $W_x(t_0) = W_{ix}(t_0) = 200$ м/с; $W_y(t_0) = W_{iy}(t_0) = 10$ м/с; $\vartheta(t_0) = 0,0349$ рад и возможные их ошибки $\Delta W_x = \Delta W_y = 2$ м/с; 10 м/с, $\nu = 0,0175$ рад; $0,0875$ рад.

Моделировался полет ЛА с постоянной продольной перегрузкой $n_x = 0,2$, на 15-й секунде с горизонтального полета ЛА начинает пикирование с перегрузкой $n_y = 0,2$, а на 21-й секунде – выводится из пикирования с перегрузкой $n_y = 2,0$. Через 39 секунд ЛА переходит в горизонтальный полет.

На рис. 2 показан характер оценивания статических погрешностей (точности вычисления параметров полета) во времени при $Z_{II} = u$, а на рис. 3 – динамических погрешностей $\Delta W_{Dx} = W_{ix} - W_x$; $\Delta W_{Dy} = W_{iy} - W_y$ и их оценок $\Delta \dot{W}_{Dx}$, $\Delta \dot{W}_{Dy}$. На рис. 2 цифрой 1 показано изменение ΔW_x , ΔW_y и $\Delta \nu$ для статических погрешностей 10 и 2 м/с, соответственно.

Анализ проведенного моделирования 12 параметров полета показывает:

- измеряемые линейные ускорения и угловые скорости имеют значительные весовые коэффициенты по сравнению с другими параметрами, поэтому начальные условия, заданные нулевыми значениями, на время вычисления параметров полета влияют несущественно;
- время вычисления параметров при интенсивном маневрировании ЛА определяется скоростью изменения параметров измерений ДЛУ и ДУС;
- высокочастотные погрешности, в зависимости от описания контролируемого процесса, могут быть в значительной степени подавлены при решении системы дифференциальных уравнений, без использования алгоритмов оптимальной фильтрации;
- высокая устойчивость алгоритма и точность вычисления параметров обеспечивается их взаимосвязью в уравнениях правых и левых частей, включая составляющие линейных ускорений и угловых скоростей. Нарушение устойчивости системы свидетельствует о выходе параметров (отказе ДБИ) за установленные допуски и приведет к нарушению функционирования алгоритма.

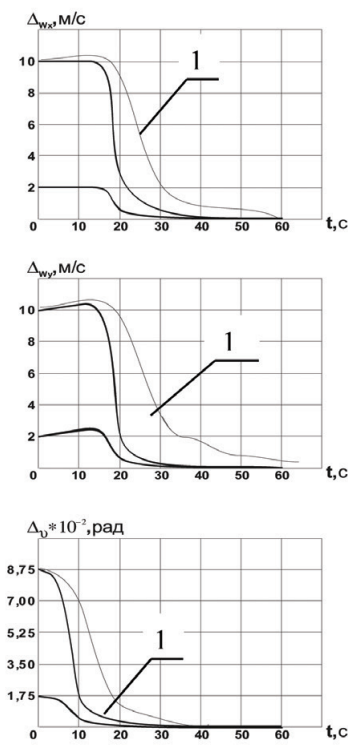


Рис. 2. Кривые оценивания заданных значений статических погрешностей $\Delta W_x = \Delta W_y = 2$ м/с; 10 м/с, $\nu = 0,0175$ рад; $0,0875$ рад

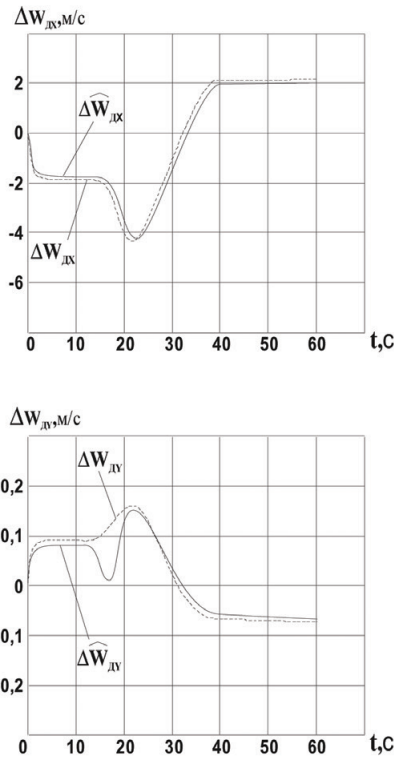


Рис. 3. Кривые оценивания динамических погрешностей $\Delta W_{Дх} = \Delta W_{Ду}$ и их оценки $\hat{W}_{Дх}$, $\hat{W}_{Ду}$

Выводы

1. Предложенный алгоритм, построенный на основе аналитического резервирования и расширения фазового пространства на идентифицируемые ошибки, позволяет одновременно вычислять параметры полета и оценивать их систематические погрешности.

2. Высокая точность и оперативность вычисления параметров полета (оценки погрешностей) обеспечивается при систематических ошибках измерений для ДЛУ $\Delta n_x = \Delta n_y \leq 0,003$ ед.; для ДУС $\Delta \omega_z \leq 3 \cdot 10^{-4}$ рад/с. Превышение этих значений снижает точность вычисления W_x , W_y , ϑ , но может устраняться методами предотвращения расходимости (устойчивости системы).

3. Высокочастотные погрешности измерений ДЛУ и ДУС на порядок выше значений, приведенных в паспортах на ДЛУ и ДУС, на точность и время определения параметров W_x , W_y , ϑ не влияют.

4. Отказ от использования оптимального оценивания существенно упрощает алгоритм при незначительном повышении времени получения

параметров W_x, W_y, ϑ , в зависимости от интенсивности маневрирования ЛА (отмечены цифрой 1 на рис. 2).

5. Космические аппараты (КА) также подвержены влиянию возмущающих факторов, что приводит к отклонению параметров орбиты и, как следствие, к существенным ошибкам при выполнении целевой функции [7]. Предлагаемый подход аналитического резервирования может быть использован для коррекции параметров орбиты КА.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Епифанов, А.Д. Избыточные системы управления летательными аппаратами. – Москва: Машиностроение, 1978. – 143 С.
- [2] Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем / А.А. Красовский [и др.]. – Москва: Наука, 1979. – 448 С.
- [3] Кринецкий, Е.И. Летные испытания ракет и космических аппаратов. – Москва: Машиностроение, 1979. – 464 С.
- [4] Казаков, И.Е. Статистическая теория управления в пространстве состояний. – Москва: Наука, 1975. – 432 С.
- [5] Непрерывные и дискретные системы управления и методы их идентификации / Н.Т. Кузовков [и др.]. – Москва: Машиностроение, 1979. – 224 С.
- [6] Алгоритмическая идентификация технического состояния датчиков информации бортовых комплексов по данным бортовых устройствами регистрации параметров полета. Статья в сборнике трудов // Труды ЦНИИ ВВС МО РФ (НИЦ г. Люберцы). Эксплуатация и ремонт вооружения и военной техники. Проблемы и решения. – № 100. – 2017. – С. 193–200.
- [7] Зеленцов, В.В. Основы баллистического проектирования искусственных спутников Земли / В.В. Зеленцов, В.П. Казаковцев. – Москва: МГТУ им. Баумана, 2021. – 174 С.

REFERENCES

- [1] Epifanov, A.D. Redundant Control Systems for Flying Vehicles. – Moscow: Mashinostroenie, 1978. – 143 P.
- [2] Theory of Correlation-extremal Navigation Systems / A.A. Krasovsky [et al.]. – Moscow: Nauka, 1979. – 448 P.
- [3] Krinetsky, E.I. Flight Tests of Rockets and Space Vehicles. – Moscow: Mashinostroenie, 1979. – 464 P.
- [4] Kazakov, I.E. Statistical Theory of Control in State Space. – Moscow: Nauka, 1975. – 432 P.
- [5] Continuous and Discrete Control Systems and Methods for Their Identification / N.T. Kuzovkov [et al.]. – Moscow: Mashinostroenie, 1979. – 224 P.
- [6] Algorithmic Identification of the Technical Condition of Information Sensors of on-board Complexes Based on Data from on-board Devices for Recording Flight Parameters. Collected Papers // Proceedings of the Central Research Institute of the Air Force of the Ministry of Defense of the Russian Federation (SRC Lyubertsy). Operation and Repair of Weapons and Military Equipment. Problems and Solutions. – No 100. – 2017. – P. 193– 200.
- [7] Zelentsov, V.V. Fundamentals of Ballistic Design of Artificial Earth Satellites / V.V. Zelentsov, V.P. Kazakovtsev. – Moscow: Bauman MSTU, 2021. – 174 P.